

受験番号		氏名	
------	--	----	--

令和7年度 崇城大学 一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

(1 / 2)

総点

I 次の各問に答えよ。

(1) 放物線 $y = x^2 - 5$ を平行移動した曲線で、点 $(2, 0)$ を通り、その頂点が直線 $y = x - 2$ 上にある放物線の方程式をすべて求めよ。

(2) 円 $x^2 - 2x + y^2 + 2y = 0$ に接し、傾きが -1 の直線の方程式をすべて求めよ。

(3) 方程式 $(\log_2 x)^2 - \log_2 x^{10} + 16 = 0$ を解け。

点		
---	--	--

令和7年度 崇城大学 一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

(2/2)

2 関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$ (a は定数)について、次の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の最小値を a を用いて表せ。
- (2) $1 \leq x \leq 2$ の範囲のすべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

3 関数 $f(x) = \int_1^x (3t^2 - 10t + 7) dt$ について、次の各問に答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ を満たす x の値をすべて求めよ。
- (2) $f(x)$ の極値を求めよ。

1

(1) 求める放物線を $y = (x-p)^2 + p - 2$ とおく

点 $(2, 0)$ を通るので $0 = (2-p)^2 + p - 2$

整理すると $p^2 - 3p + 2 = 0$

これを解くと $p = 1, 2$

求める放物線の方程式は $y = (x-1)^2 - 1, y = (x-2)^2$ …… (答)

(2) 与えられた円の方程式を変形すると $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$

求める直線の方程式を $y = -x + b$ とおく

これを整理して $x + y - b = 0$

この直線は中心 $(1, -1)$, 半径 $\sqrt{2}$ の円と接するので $\frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) - b|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$

整理すると $|-b| = 2$

これを解くと $b = \pm 2$

求める直線の方程式は $y = -x + 2, y = -x - 2$ …… (答)

(3) $t = \log_2 x$ とおく。 $\log_2 x^{10} = 10 \log_2 x$ であることに注意

すると、与えられた方程式は

$$t^2 - 10t + 16 = 0$$

と書き換えることができる。これを解くと、

$$(t-2)(t-8) = 0 \quad \therefore t = 2, 8$$

したがって、 $\log_2 x = 2$ または $\log_2 x = 8$ となる x の値が

解となるので、

$$x = 2^2, 2^8$$

すなわち、

$$x = 4, 256 \quad \dots\dots \text{(答)}$$

2 (1) $f(x) = x^2 - 2ax + a + 2 = (x-a)^2 - a^2 + a + 2$ より
放物線 $y = f(x)$ の頂点は $(a, -a^2 + a + 2)$
よって、 $f(x)$ の最小値は $-a^2 + a + 2$ …… (答)

(2) 放物線 $y = f(x)$ の軸が $x = a$ より、
 $1 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最小値は次のように場合分けされる。
 $a < 1$ のとき、 $f(1) = -a + 3$ ……①
 $1 \leq a < 2$ のとき、 $f(a) = -a^2 + a + 2$ ……②
 $2 \leq a$ のとき、 $f(2) = -3a + 6$ ……③
よって、 $1 \leq x \leq 2$ の範囲のすべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ となるのは
①のとき、 $-a + 3 \geq 0$ より $a \leq 3$ 、 $a < 1$ だから $a < 1$
②のとき、 $-a^2 + a + 2 \geq 0$ より $-1 \leq a \leq 2$ 、 $1 \leq a < 2$ だから $1 \leq a < 2$
③のとき、 $-3a + 6 \geq 0$ より $a \leq 2$ 、 $2 \leq a$ だから $a = 2$
ゆえに、求める a の値の範囲は $a \leq 2$ …… (答)

3 (1) $f(x) = \int_1^x (3t^2 - 10t + 7) dt = \left[t^3 - 5t^2 + 7t \right]_1^x = (x^3 - 5x^2 + 7x) - (1 - 5 + 7) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$
 $f(x) = 0$ なので $x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$
 $(x-1)^2(x-3) = 0$ よって $x = 1, 3$ …… (答)

(2) (1)より $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$
 $f'(x) = 3x^2 - 10x + 7 = (x-1)(3x-7)$
 $f'(x) = 0$ とすると、 $x = 1, \frac{7}{3}$
よって $f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	…	1	…	$\frac{7}{3}$	…
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	0	↘	$-\frac{32}{27}$	↗

極大 極小

$x = 1$ のとき 極大値 $f(1) = 1 - 5 + 7 - 3 = 0$
 $x = \frac{7}{3}$ のとき 極小値 $f\left(\frac{7}{3}\right) = \left(\frac{7}{3}\right)^3 - 5 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 7 \cdot \frac{7}{3} - 3 = -\frac{32}{27}$
したがって 極大値 0 、極小値 $-\frac{32}{27}$ …… (答)