

令和7年度 崇城大学 一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

(1 / 2)

総点

① 次の各問に答えよ。

(1) 2次不等式 $-\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} \geq 0$ を解け。

(2) 関数 $f(x) = |3x - 1| - |2x - 5|$ の最小値およびそのときの x の値を求めよ。

(3) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ のとき, $\frac{\tan \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{3}$ を満たす θ を求めよ。

令和7年度 崇城大学 一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

(2 / 2)

2 二次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$ (a は定数) について, 次の各問に答えよ。

(1) $a = 3$ とする。関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点を A, B とするとき, 線分 AB の長さを求めよ。

(2) $1 < a < 3$ とする。関数 $y = f(x)$ ($-1 \leq x \leq 3$) の最大値が 8 であるような a の値を定めよ。また, そのときの最小値を求めよ。

3 $\triangle ABC$ において, $AB = 3$, $AC = 8$, $\angle BAC = 60^\circ$ である。次の各問に答えよ。

(1) 辺 BC の長さと, $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(2) 辺 BC の中点を D とするとき, 線分 AD の長さを求めよ。

1 (1) $-\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2} \geq 0$
 $x^2 + 2x - 3 \leq 0$
 $(x+3)(x-1) \leq 0$
 $\therefore -3 \leq x \leq 1 \quad \dots\dots$ (答)

(2) $f(x) = |3x-1| - |2x-5|$ について

i) $x < \frac{1}{3}$ のとき

$$f(x) = -(3x-1) - (-(2x-5)) = -3x+1+2x-5 = -x-4$$

ii) $\frac{1}{3} \leq x < \frac{5}{2}$ のとき

$$f(x) = 3x-1 - (-(2x-5)) = 3x-1+2x-5 = 5x-6$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{13}{3}$$

iii) $\frac{5}{2} \leq x$ のとき

$$f(x) = 3x-1 - (2x-5) = 3x-1-2x+5 = x+4$$

よって、 $f(x)$ の値は $x < \frac{1}{3}$ のとき減少し、 $x \geq \frac{1}{3}$ のとき増加するので、

$$f(x) \text{ の最小値は } -\frac{13}{3} \left(x = \frac{1}{3} \right) \quad \dots\dots$$
 (答)

(3) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ なので $\frac{\tan \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2}{3}$

よって、 $3\sin \theta = 2(1 - \sin^2 \theta)$ より $2\sin^2 \theta + 3\sin \theta - 2 = 0$

$$(2\sin \theta - 1)(\sin \theta + 2) = 0$$

$0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ において $0 \leq \sin \theta < 1$ なので $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ゆえに $\theta = 30^\circ \quad \dots\dots$ (答)

- 2 (1) $a = 3$ のとき, $f(x) = x^2 - 6x + 3$ である。点 A, B の x 座標は, $f(x) = 0$ より,

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - 3} = 3 \pm \sqrt{6}$$

よって, 線分 AB の長さは, $(3 + \sqrt{6}) - (3 - \sqrt{6}) = 2\sqrt{6}$ …… (答)

- (2) $f(x)$ を平方完成すると $f(x) = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3$ なので, 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は $(a, -a^2 + 3)$ である。 $1 < a < 3$ より, $-1 \leq x \leq 3$ において $f(x)$ が最大値をとるのは $x = -1$ のときである。

$$f(-1) = (-1)^2 - 2a \cdot (-1) + 3 = 2a + 4$$

より, $2a + 4 = 8$ なので, $a = 2$ …… (答)

また, このときの最小値は $x = a$ のとき $f(a) = -a^2 + 3 = -2^2 + 3 = -1$ …… (答)

- 3 (1) $\triangle ABC$ において余弦定理より,

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \\ &= 3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cos 60^\circ \\ &= 9 + 64 - 24 = 49 \\ \therefore BC &= 7 \quad \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

また, $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$

【別解】

$\triangle ABC$ の面積を求める際に, $s = \frac{3 + 8 + 7}{2} = 9$ と

において, 以下のようにヘロンの公式を用いてもよい。

$$\sqrt{s(s-3)(s-8)(s-7)} = \sqrt{9 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 2} = 6\sqrt{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$

- (2) まず $\triangle ABC$ において余弦定理より,

$$\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 3 \cdot 7} = -\frac{1}{7}$$

したがって, 三角形 ABD に対して余弦定理を用いれば,

$\angle ABC = \angle ABD$ と $BD = \frac{7}{2}$ に注意して,

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cos \angle ABD \\ &= 3^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{7}{2} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \\ &= 9 + \frac{49}{4} + 3 = \frac{97}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{97}}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

