薬学部

受験番号		氏 名	

令和７年度　崇城大学　薬学部　一般選抜入学試験問題(後期日程)

数　学　(70分)　（1／3）

総点	

1　次の各問に答えよ。

(1) (a) 1，1，3，4，5，5，5 を横1列に並べる並べ方は何通りあるか。

(b) 1，2，3，4，5，6，7 を横1列に並べるとき，3は2より右にあり，7は5より右にあるとする。このような並べ方は何通りあるか。

(2) 座標平面上に2点 O(0，0)，A(−2，4) と放物線 $y = x^2 - 4x + 5$ 上を動く点Pがある。

(a) $\angle \mathrm{OAP} = 90^\circ$ となるときの点Pの座標をすべて求めよ。

(b) $\triangle \mathrm{POA}$ の面積が最小となるときの点Pの座標を求めよ。

点		

受験番号		氏 名	

令和７年度　崇 城 大 学　薬 学 部　一般選抜入学試験問題(後期日程)

数　学　　(70分)　　(２／３)

$\boxed{2}$　関数 $f(x)=|x|(x+3)$ について，次の各問に答えよ。

⑴　点 $(-1,\ f(-1))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線の方程式を求めよ。

⑵　⑴で求めた接線と曲線 $y=f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

⑶　方程式 $f(x)=x+k$ が異なる２個の実数解をもつような定数 k の値をすべて求めよ。

点		

受験番号		氏 名	

令和７年度　崇 城 大 学　薬 学 部　一般選抜入学試験問題(後期日程)

数　学　　(70分)

3　次の各問に答えよ。

⑴　第3項が5，第3項から第9項までの和が77である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

⑵　第4項から第6項までの和が702，初項から第6項までの和が728である等比数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

⑶　⑴，⑵ で求めた数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ について，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k b_k$ を求めよ。

点		

数学 薬学部（一般後期）

1

⑴ ⒜ まず一旦，7 個の数字をすべて区別して考える。そのために，

$$1_a,\ 1_b,\ 3,\ 4,\ 5_a,\ 5_b,\ 5_c$$

と書く。異なる 7 個の数字の並べ方は 7! 通りであるが，その中で例えば 1 という数字が左から 1_a，1_b の順で並ぶものと 1_b，1_a の順で並ぶものは区別せず同一視する。同様に 5_a，5_b，5_c の並び方に関しても同一視すると，並べ方は全部で

$$\frac{7!}{2!3!}=\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot3\cdot2\cdot1}=420\text{（通り）} \qquad \cdots\cdots\text{（答）}$$

⒝ 数字を横 1 列に並べたとき 3 が 2 より右にある並べ方だけを数え上げることは，例えば

○，2，○，○，3，○，○　　と　　○，3，○，○，2，○，○

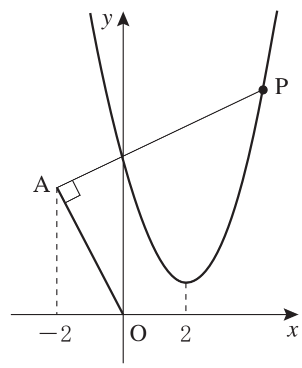
のうち片方（左側）の並べ方だけ採用することであり，これはすなわち，両者を区別せず同一視して数え上げることと同じである。5 と 7 に関しても同じように考えればよいので，結局

1，2，2，4，5，6，5

という 7 個の数字の並べ方を考えればよい。以上から，求める数字の並べ方の総数は⑴と同様にして

$$\frac{7!}{2!2!}=\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot2\cdot1}=1260\text{（通り）} \qquad \cdots\cdots\text{（答）}$$

⑵ ⒜ $\angle\mathrm{OAP}=90^\circ$ で，直線 OA の傾きが -2 なので，直線 AP の傾きは $\frac{1}{2}$ である。



よって　点 A を通り傾き $\frac{1}{2}$ の直線の方程式は

$y-4=\frac{1}{2}(x+2)$　より　$y=\frac{1}{2}x+5$

この直線と放物線 $y=x^2-4x+5$ との交点の x 座標は

$x^2-4x+5=\frac{1}{2}x+5$　より　$x^2-\frac{9}{2}x=x\left(x-\frac{9}{2}\right)=0$

これを解くと　$x=0,\ \frac{9}{2}$

したがって，点 P の座標は $(0,\ 5)$，$\left(\frac{9}{2},\ \frac{29}{4}\right)$　　$\cdots\cdots$（答）

⒝ 直線 OA の方程式は　　$y=-2x$

点 P と直線 $y=-2x$ の距離を d とすると

$\triangle\mathrm{POA}=\frac{1}{2}\times\mathrm{OA}\times d$

ゆえに，d が最小となるように P を定めればよい。

$$d=\frac{|2t+(t^2-4t+5)|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|t^2-2t+5|}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}|(t-1)^2+4|=\frac{1}{\sqrt{5}}\{(t-1)^2+4\}$$

よって，d は $t=1$ で最小となる。　したがって　　$\mathrm{P}(1,\ 2)$　　$\cdots\cdots$（答）

2

⑴ $f(x)=\begin{cases} x(x+3)=x^2+3x & (x\geqq0) \\ -x(x+3)=-x^2-3x & (x<0) \end{cases}$ より

$f(-1)=-(-1)^2-3(-1)=2$

$x<0$ では $f'(x)=-2x-3$ であるから

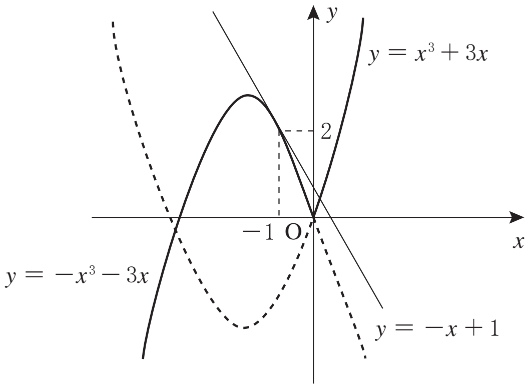
$f'(-1)=-2(-1)-3=-1$

よって求める接線の方程式は

$y=-(x-(-1))+2$

$\therefore\ y=-x+1$　　$\cdots\cdots$（答）

⑵　$y=f(x)$ と接線 $y=-x+1$ の交点は $x<0$ では⑴の接点（-1，2）である。次に，



上のグラフより $x \geqq 0$ での交点を考えると

$$x(x+3)=-x+1$$

$$x^2+4x-1=0$$

$$x=-2\pm\sqrt{2^2-(-1)}=-2\pm\sqrt{5}$$

$x \geqq 0$ より $-2+\sqrt{5}$ であるから，求める囲まれた部分の面積は

$$\int_{-1}^{0}\{(-x+1)-(-x^2-3x)\}\,dx+\int_{0}^{-2+\sqrt{5}}\{(-x+1)-(x^2+3x)\}\,dx$$

$$=\int_{-1}^{0}(x^2+2x+1)\,dx+\int_{0}^{-2+\sqrt{5}}(-x^2-4x+1)\,dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}(x+1)^3\right]_{-1}^{0}+\left[-\frac{1}{3}x^3-2x^2+x\right]_{0}^{-2+\sqrt{5}}$$

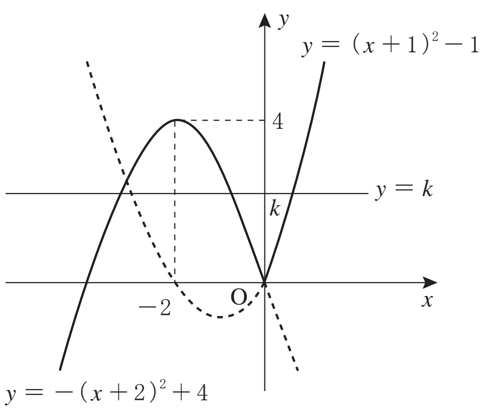
$$=\frac{1}{3}-\frac{22}{3}+\frac{10}{3}\sqrt{5}$$

$$=-7+\frac{10}{3}\sqrt{5}=\frac{10\sqrt{5}-21}{3}$$ ……（答）

⑶　方程式 $f(x)=x+k$ の解を考察するために，曲線 $y=f(x)-x$ と直線 $y=k$ の交点を考える。
方程式が異なる 2 個の実数解をもつことと，曲線と直線が異なる 2 点で交わることは同じである。

$$f(x)-x=\begin{cases}x(x+3)-x=x^2+2x=(x+1)^2-1 & (x \geqq 0)\\ -x(x+3)-x=-x^2-4x=-(x+2)^2+4 & (x<0)\end{cases}$$ より

$y=f(x)-x$ のグラフは次のようになる。



よって，曲線 $y=f(x)-x$ と直線 $y=k$ が異なる 2 点で交わるのは

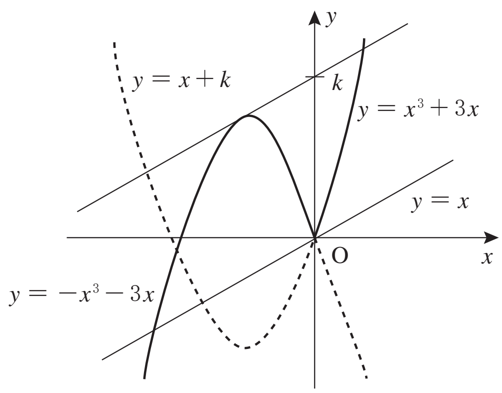
$k=0$，4　……（答）

【別解】

方程式 $f(x)=x+k$ の解を考察するために，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=x+k$ の交点を考える。

方程式が異なる 2 個の実数解をもつことと，曲線と直線が異なる 2 点で交わることは同じである。

⑵のグラフの概形から $x<0$ で $y=-x^2-3x$ と接する場合か，$x \geqq 0$ で原点で交わる場合である。



ⅰ）$x<0$ で $y=-x^2-3x$ と接する場合

方程式 $f(x)=x+k$ の判別式 D が 0 となるような k を考える。

$$f(x)=x+k$$
$$-x^2-3x=x+k$$
$$x^2+4x+k=0$$
$$\therefore\ D/4=2^2-k=0$$
$$\therefore\ k=4$$

ⅱ）$x \geqq 0$ で原点で交わる場合

直線 $y=x+k$ が原点を通るのは $k=0$

ゆえに，

$k=0,\ 4$　　……（答）

3

⑴ $a_n=a+(n-1)d$ とする。

第 3 項が 5 より，$a+2d=5$　……①

第 3 項から第 9 項までの和は

$\sum_{k=1}^{9} a_k-(a+a+d)=7a+35d$

これが 77 より，$7a+35d=77$　……②

連立方程式 ①，② を解いて，$a=1$，$d=2$

よって，$a_n=1+(n-1)2=2n-1$　　……（答）

⑵ $b_n=br^{n-1}$ とする。

$b_4+b_5+b_6=br^3+br^4+br^5=(b_1+b_2+b_3)r^3$

ここで，$b_1+b_2+b_3=\sum_{k=1}^{6} b_k-(b_4+b_5+b_6)=728-702=26$

よって，$26r^3=702$ より，$r=3$

また，$b_1+b_2+b_3=13b$ より，$b=2$

よって，$b_n=2\cdot 3^{n-1}$　　……（答）

⑶ $S_n=a_1b_1+a_2b_2+\cdots\cdots+a_{n-1}b_{n-1}+a_nb_n$　……①

$\{b_n\}$ の公比が 3 より

$3S_n=a_1b_2+\cdots\cdots+a_{n-1}b_n+3a_nb_n$　……②

①－② より

$$-2S_n=a_1b_1+(a_2-a_1)b_2+\cdots\cdots+(a_n-a_{n-1})b_n-3a_nb_n$$
$$=2+2(b_2+\cdots\cdots+b_n)-2\cdot 3^n(2n-1)$$
$$=2+2\cdot\frac{6(3^{n-1}-1)}{3-1}-2\cdot 3^n(2n-1)$$

よって，$S_n=-1-3(3^{n-1}-1)+3^n(2n-1)=2\{(n-1)3^n+1\}$　　……（答）