

|      |  |    |  |
|------|--|----|--|
| 受験番号 |  | 氏名 |  |
|------|--|----|--|

令和7年度 崇城大学 外国人留学生選抜入学試験問題(後期日程)

数 学 (60分)

(2/3)

①  $P = x + y - z$ ,  $Q = x + 2y + 2z$ ,  $R = 2x - y - z$  のとき, 次の各問に答えよ。

- (1)  $P + Q + 3(Q + R)$  を計算すると,  $\boxed{AB}x + \boxed{C}y + \boxed{D}z$  である。
- (2)  $P = Q$  のとき,  $P^2 + R^2 = \boxed{E}x^2 + \boxed{FG}z^2$  である。
- (3)  $P + Q + R = 0$  のとき,  $Q^2 - PQ - QR = 2(\boxed{HI}x + 2z)^2$  である。

【①の解答欄】

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |

② 7人の生徒をいくつかのグループに分ける方法を考える。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) 4人のグループAと3人のグループBの2つに分ける場合, 分け方は全部で  $\boxed{AB}$  通りである。
- (2) 3人のグループAと2人のグループB, Cの3つに分ける場合, 分け方は全部で  $\boxed{CDE}$  通りである。  
また, グループの名前を付けずに3人, 2人, 2人に分ける場合を考えると, 分け方は  $\boxed{FGH}$  通りである。
- (3) 3つのグループA, B, Cに7人を割り当てるとき, 各グループへの人数の配分の仕方は全部で  $\boxed{IJ}$  通りである。ただし, どのグループにも少なくとも1人は割り当てるとする。

【②の解答欄】

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

|   |  |  |
|---|--|--|
| 点 |  |  |
|---|--|--|

令和7年度 崇城大学 外国人留学生選抜入学試験問題(後期日程)

数 学 (60分)

(3/3)

③  $a, b$  を定数とする。放物線  $y = x^2 - 4x + 7$  ……① と放物線  $y = -3x^2 + ax + b$  ……② について、次の各問に答えよ。

- ①の頂点の座標は  $(\boxed{A}, \boxed{B})$  である。
- ①と②の頂点が一致するとき、 $a = \boxed{CD}$ ,  $b = \boxed{EF}$  である。
- (2)で定めた2次関数②の  $1 \leq x \leq 4$  における最大値は  $\boxed{G}$ , 最小値は  $\boxed{HI}$  である。

【③の解答欄】

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |

④ 次の各問に答えよ。

(1)  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  で、 $\tan \theta = \sqrt{7}$  であるとき、 $\cos \theta = \frac{\sqrt{\boxed{A}}}{\boxed{B}}$ ,  $\sin \theta = \frac{\sqrt{\boxed{CD}}}{\boxed{E}}$  である。

(2)  $\triangle ABC$  において、 $\angle BAC = 45^\circ$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = \sqrt{6}$ ,  $AB < 2$  のとき、

$AB = \sqrt{\boxed{F}} - \boxed{G}$ ,  $\angle ABC = \boxed{HIJ}^\circ$ ,  $\triangle ABC$  の面積は  $\frac{\boxed{K} - \sqrt{\boxed{L}}}{\boxed{M}}$  である。

【④の解答欄】

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| K | L | M |   |   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

1

(1)

$$\begin{aligned}
 P + Q + 3(Q + R) &= P + 4Q + 3R \\
 &= x + y - z + 4(x + 2y + 2z) + 3((2x - y - z)) \\
 &= 11x + 6y + 4z \dots\dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

(2)  $P = Q$  より

$$\begin{aligned}
 x + y - z &= x + 2y + 2z \\
 \therefore y &= -3z
 \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned}
 P &= x + (-3z) - z + 3 = x - 4z \\
 R &= 2x - (-3z) - z = 2x + 2z \\
 \therefore P^2 + R^2 &= (x - 4z)^2 + (2x + 2z)^2 = 5x^2 + 20z^2 \dots\dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

(3)  $P + Q + R = 0$  より

$$\begin{aligned}
 P + Q + R &= (x + y - z) + (x + 2y + 2z) + (2x - y - z) = 4x + 2y = 0 \\
 \therefore y &= -2z
 \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned}
 Q^2 - PQ - QR &= Q(Q - P - R) \\
 &= Q(Q + Q) \\
 &= 2Q^2 \\
 &= 2\{x + 2(-2x) + 2z\}^2 \\
 &= 2(-3x + 2z)^2 \dots\dots\dots(\text{答})
 \end{aligned}$$

2

(1) 7人から4人を選ぶ組み合わせを考えれば良いので

$${}^7C_4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 \text{ (通り)} \dots\dots \text{(答)}$$

(2) 7人から3人を選んでグループ A に、残りの4人から2人を選んでグループ B に、残りをグループ C に分ける組み合わせを考えると

$${}^7C_3 \cdot {}^4C_2 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 210 \text{ (通り)} \dots\dots \text{(答)}$$

また、グループ名をつけない場合は、B と C を区別しないことであるから

$$\frac{210}{2} = 105 \text{ (通り)} \dots\dots \text{(答)}$$

(3) 7人を1人, 2人, 4人と分けることを記号で  $O \mid OO \mid OOOO$  と表すことにすると, 7人を3グループに分けることは, O と O の間に1つだけ  $\mid$  を挟むことと一致する。よって, O と O の間6か所のうち2か所を選ぶ組み合わせを考えれば良いことになる。したがって

$${}^6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15 \text{ (通り)} \dots\dots \text{(答)}$$

3

(1) ①を平方完成すると  $y = (x - 2)^2 + 3$  であるから頂点は  $(2, 3)$  である。……(答)

(2) 題意から②は 2 次の係数が  $-3$  で、頂点は  $(2, 3)$  であるから

$$y = -3(x - 2)^2 + 3 = -3x^2 + 12x - 9$$

ゆえに  $a = 12$ ,  $b = -9$  である。……(答)

(3) (3) より②は

$$y = -3(x - 2)^2 + 3$$

であったから、 $1 \leq x \leq 4$  において

$$\begin{cases} x = 2 \text{ のとき} & \text{最大値 } 3 \\ x = 4 \text{ のとき} & \text{最小値 } -9 \end{cases} \dots\dots (\text{答})$$

ある。

(1)  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  で  $\tan \theta = \sqrt{7} > 0$  なので,  $\cos \theta > 0$ ,  $\sin \theta > 0$  である。

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \text{ より, } \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + (\sqrt{7})^2} = \frac{1}{8} = \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\text{よって, } \cos \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ .....(答)}$$

$$\text{また, } \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ より, } \sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = \left( \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\text{よって, } \sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4} \text{ .....(答)}$$

(2) 余弦定理  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$  より,

$$2^2 = AB^2 + (\sqrt{6})^2 - 2AB \cdot \sqrt{6} \cdot \cos 45^\circ$$

$$\implies 4 = AB^2 + 6 - 2\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} AB$$

$$\implies AB^2 - 2\sqrt{3}AB + 2 = 0$$

2次方程式の解の公式より,

$$AB = \frac{-(-2\sqrt{3}) \pm \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{4}}{2} = \sqrt{3} \pm 1$$

$AB < 2$  なので,  $AB = \sqrt{3} - 1$  .....(答)

また, 余弦定理より,  $\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}$  なので,

$$\cos \angle ABC = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2 + 2^2 - (\sqrt{6})^2}{2(\sqrt{3} - 1) \cdot 2} = \frac{(4 - 2\sqrt{3}) + 4 - 6}{4(\sqrt{3} - 1)} = \frac{-2(\sqrt{3} - 1)}{4(\sqrt{3} - 1)} = -\frac{1}{2}$$

よって,  $\angle ABC = 120^\circ$  .....(答)

$\triangle ABC$  の面積は

$$\frac{1}{2} AB \cdot BC \sin 120^\circ = \frac{1}{2} (\sqrt{3} - 1) \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \text{ .....(答)}$$