

令和7年度 崇城大学 外国人留学生選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (60分)

(2 / 3)

① 不等式 $(a+1)x < 6 - (2+a)x < -ax + 8 \dots\dots (*)$ について、次の各問に答えよ。

(1) $a=1$ のとき $(*)$ の解は $\boxed{AB} < x < \frac{\boxed{C}}{\boxed{D}}$ であり、 $a=-3$ のとき $(*)$ の解は $x > \boxed{EF}$ である。

(2) $(*)$ を満たす整数 x がちょうど3個存在するのは $\frac{\boxed{GH}}{\boxed{I}} \leq a < \boxed{J}$ のときであり、

$(*)$ を満たす整数 x が無限個存在するのは $a \leq \frac{\boxed{KL}}{\boxed{M}}$ のときである。

【①の解答欄】

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K	L	M							

② 0, 1, 2, 3, 4, 5 の書かれた6枚のカードがある。次の各問に答えよ。

(1) この6枚のカードから3枚を取り出して並べるとき、3桁の整数は \boxed{ABC} 個できる。

このうち、5の倍数は \boxed{DE} 個である。

(2) この6枚のカードから3枚を取り出すとき、取り出し方の総数は \boxed{FG} 通りである。

このうち、3枚のカードに書かれた数字の最大値が4になるのは \boxed{H} 通りである。

※ 3桁の整数 : 3 digit integer

【②の解答欄】

A	B	C	D	E	F	G	H

令和7年度 崇城大学 外国人留学生選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (60分)

(3/3)

③ 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ ……① (a, b, c は定数) について、次の各問に答えよ。

(1) 2点(3, 4), (4, 7)を通り, $x=2$ で最小値をとるとき, $a=\boxed{A}$, $b=\boxed{BC}$, $c=\boxed{D}$ である。

(2) $b=4$ のとき, ①のグラフの頂点と放物線 $y=3x^2-12x+19$ の頂点が一致するならば, $a=\boxed{EF}$, $c=\boxed{G}$ である。

(3) ①のグラフを原点に関して対称移動し, さらに x 軸方向に -2 , y 軸方向に 5 だけ平行移動すると, 放物線 $y=2x^2+5x+5$ が得られる。このとき $a=\boxed{HI}$, $b=\boxed{JK}$, $c=\boxed{L}$ である。

【③の解答欄】

A	B	C	D	E	F	G	H	I
J	K	L						

④ 次の各問に答えよ。

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$ のとき, $\sin\theta \cos\theta = -\frac{\boxed{A}}{\boxed{B}}$, $\sin^3\theta + \cos^3\theta = \frac{\boxed{CD}}{\boxed{EF}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ において, $AB=4$, $BC=6$, $\cos C = \frac{3}{4}$, $AB < AC$ とする。

このとき, $AC = \boxed{G}$ である。また, $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\frac{\boxed{H}\sqrt{\boxed{I}}}{\boxed{J}}$ である。

【④の解答欄】

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

2025 留学生 前期

[1] (解答)

(1) $a = 1$ のとき $2x < 6 - 3x < -x + 8$ を満たす x の値の範囲を求める

$$2x < 6 - 3x \text{ を解くと } x < \frac{6}{5}, \quad 6 - 3x < -x + 8 \text{ を解くと } x > -1$$

求める x の値の範囲は $-1 < x < \frac{6}{5}$ …… (答)

$a = -3$ のとき $-2x < 6 + x < 3x + 8$ を満たす x の値の範囲を求める

$$-2x < 6 + x \text{ を解くと } x > -2, \quad 6 + x < 3x + 8 \text{ を解くと } x > -1$$

求める x の値の範囲は $x > -1$ …… (答)

(2) $(a + 1)x < 6 - (2 + a)x < -ax + 8$ を満たす x の値の範囲を求める

$$6 - (2 + a)x < -ax + 8 \text{ を解くと } a \text{ の値によらず } x > -1$$

$$(a + 1)x < 6 - (2 + a)x \text{ を解くと, } 2a + 3 > 0 \text{ のとき } x < \frac{6}{2a + 3},$$

$$2a + 3 < 0 \text{ のとき } x > \frac{6}{2a + 3}, \quad 2a + 3 = 0 \text{ のとき 任意の実数 } x \text{ について不等式を満たす}$$

(i) $2a + 3 > 0$ つまり $a > -\frac{3}{2}$ のとき

求める x の値の範囲は $-1 < x$ かつ $x < \frac{6}{2a + 3}$ となるから

整数 x をちょうど 3 個含むためには $2 < \frac{6}{2a + 3} \leq 3$ であればよい

$$2 < \frac{6}{2a + 3} \text{ を解くと } a < 0, \quad \frac{6}{2a + 3} \leq 3 \text{ を解くと } a \geq -\frac{1}{2}$$

a の値の範囲は $-\frac{1}{2} \leq a < 0$

(ii) $2a + 3 < 0$ つまり $a < -\frac{3}{2}$ のとき

求める x の値の範囲は $-1 < x$ かつ $\frac{6}{2a + 3} < x$ となるから

$a < -\frac{3}{2}$ のとき, 整数 x は無限個存在する

(iii) $2a + 3 = 0$ つまり $a = -\frac{3}{2}$ のとき 任意の実数 x について不等式を満たす

よって, 整数 x は無限個存在する

(i), (ii), (iii) より

整数 x をちょうど 3 個含む a の値の範囲は $-\frac{1}{2} \leq a < 0$ …… (答)

整数 x が無限個存在する a の値の範囲は $a \leq -\frac{3}{2}$ …… (答)

[2] (解答)

(1) 6枚のうち3枚を選んで1列に並べる順列は ${}_6P_3$ (通り)

このうち、百の位が0となる順列は ${}_5P_2$ (通り)

よって、作ることのできる3桁の整数は ${}_6P_3 - {}_5P_2 = 120 - 20 = 100$ (個) …… (答)

さらに、6枚のうち3枚を並べて、一の位が0か5となる順列は ${}_5P_2 \times 2$ (通り)

このうち、百の位が0で一の位が5となる順列は ${}_4P_1$ (通り)

よって、作ることのできる3桁の5の倍数は ${}_5P_2 \times 2 - {}_4P_1 = 40 - 4 = 36$ (個) …… (答)

(2) 6枚のうち3枚を選ぶ組合せは ${}_6C_3 = 20$ (通り) …… (答)

さらに、最大値が4となるためには、まず、4を選んでおり、

他2枚は0, 1, 2, 3から選ばれる必要があるので ${}_4C_2 = 6$ (通り) …… (答)

[3] (解答)

(1) 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ が $x = 2$ で最小値をとるから

$$y = ax^2 + bx + c = a(x - 2)^2 + q$$

となる定数 q が存在する。また、2点 $(3, 4)$, $(4, 7)$ を通るから

$$\begin{cases} (3, 4) \text{ のとき} & 4 = a + q \\ (4, 7) \text{ のとき} & 7 = 4a + q \end{cases}$$

が成り立つ。これを解くと $a = 1, q = 3$ であるから

$$y = (x - 2)^2 + 3 = x^2 - 4x + 7$$

ゆえに $a = 1, b = -4, c = 7$ である。……(答)

(2) $y = 3x^2 - 12x + 19$ を平方完成すると $y = 3(x - 2)^2 + 7$ であるから頂点は $(2, 7)$ である。
よって頂点が一致する①は

$$y = a(x - 2)^2 + 7 = ax^2 - 4ax + 4a + 7$$

と書ける。元の式と係数を比較すると

$$\begin{cases} -4a & = b \\ 4a + 7 & = c \end{cases}$$

$b = 4$ と合わせて解くと $a = -1, c = 3$ である。……(答)

(3) $y = 2x^2 + 5x + 5$ を①に戻すことを考える。まず、 x 軸方向に 2, y 軸方向に -5 だけ平行移動すると、

$$y = 2(x - 2)^2 + 5(x - 2) + 5 - 5 \quad \therefore y = 2x^2 - 3x - 2$$

これを原点に関して対称移動すると

$$-y = 2(-x)^2 - 3(-x) - 2 \quad \therefore y = -2x^2 - 3x + 2$$

ゆえに $a = -2, b = -3, c = 2$ である。……(答)

4 【4】の解答欄

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
4	9	1	3	2	7	5	8	7	7

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$ の両辺を2乗すると $\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{9}$

よって $1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$ ゆえに $\sin\theta\cos\theta = -\frac{4}{9}$ …… (答)

$\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta) = \frac{1}{3}\left\{1 - \left(-\frac{4}{9}\right)\right\} = \frac{13}{27}$ …… (答)

(2) $AC = x$ とおくと、余弦定理により

$$AB^2 = x^2 + BC^2 - 2 \cdot x \cdot BC \cdot \cos C$$

$$4^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot x \cdot 6 \cdot \frac{3}{4}$$

よって $x^2 - 9x + 20 = 0$

すなわち $(x-4)(x-5) = 0$

ゆえに $x = 4, 5$

ここで、 $AB < AC$ なので $AC = 5$ …… (答)

次に、 $\sin C > 0$ であるから $\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\triangle ABC$ の外接円の半径を R とすると、正弦定理により $\frac{AB}{\sin C} = 2R$

よって $R = \frac{AB}{2\sin C} = 4 \div \frac{2\sqrt{7}}{4} = \frac{16}{2\sqrt{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7}$ …… (答)

