

受験番号		氏名	
------	--	----	--

令和7年度 崇城大学 薬学部 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (70分) (1/3)

総点	
----	--

I 次の各問に答えよ。

(1) 6個のさいころを同時に投げる。

(a) 6個すべて同じ目が出る確率を求めよ。

(b) 4個のさいころが同じ目であり、残りの2個のさいころも同じ目が出る確率を求めよ。ただし、4個のさいころに出た目と2個のさいころに出た目は異なるものとする。

(2) a は定数とする。放物線 $y = x^2 - 2a^2x + 2x + a^4 - 3a^2 + a + 7$ について考える。(a) 放物線が x 軸と共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。(b) 放物線の頂点が第1象限にあるような a の値の範囲を求めよ。

点		
---	--	--

令和7年度 崇城大学 薬学部 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (70分)

(2 / 3)

- 2 定数 a は $a > 0$ とする。関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$ について、次の各問に答えよ。
- $a = 2$ のとき、極値を求めよ。
 - 極値をもたないような a の値を求めよ。
 - 定義域を $0 \leq x \leq 1$ とするとき、最大値および最小値が、 a の値によってどのように変わるかを調べよ。

令和7年度 崇城大学 薬学部 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (70分) (3/3)

③ Oを原点とする座標平面上に2点 $A(0, 1)$, $B\left(x, \frac{1}{3}\right)$ ($x > 0$) がある。 $t\vec{OA} + (1-t)\vec{OB}$ の大きさが最小となるような実数 t の値を t_0 とし、点Pを $\vec{OP} = t_0\vec{OA} + (1-t_0)\vec{OB}$ で定まる点とする。次の各問に答えよ。

- (1) t_0 を x を用いて表せ。
- (2) Pが線分ABを2:1に内分する点であるとき、 x の値を求めよ。
- (3) $\triangle OAP$ の面積が最大となるような x の値を求めよ。

薬学部 2 日目

受験番号

氏名

令和7年度 崇城大学 薬学部 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学

(70分)

(1/3)

総点

① 次の各問に答えよ。

(1) 袋の中に赤玉4個, 白玉6個が入っている。

(a) 袋から1個の玉を取り出し, 色を確かめてから袋にもどす試行を4回くり返すとき, 4回目にちょうど3度目の白玉が出る確率を求めよ。

(b) 袋から, まずA君が3個取り出し, 次に残りの7個からB君が3個取り出す。赤玉を多く取り出したほうを勝ちとするとき, A君が勝つ確率を求めよ。

(2) a は定数とし, θ の方程式 $\cos 2\theta + 2\cos\theta - a = 0$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) …… ① について考える。

(a) $a = \frac{1}{2}$ のとき, 方程式 ① を解け。

(b) 方程式 ① の相異なる解が4個であるような a の値の範囲を求めよ。

点

令和7年度 崇城大学 薬学部 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (70分) (2/3)

- ② a, b は定数とする。頂点が放物線 $y = -x^2 + 4x$ 上にある放物線 $C_1: y = -x^2 + ax + b$ と、放物線 $C_2: y = x^2$ があり、 C_1 と C_2 は異なる2点で交わるとする。次の各問に答えよ。
- (1) b を a を用いて表せ。
 - (2) a のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (3) C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積が最大となる a の値と、そのときの面積を求めよ。

令和7年度 崇城大学 薬学部 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学 (70分)

(3 / 3)

- ③ 次のように、第 m 群に $\frac{1}{2^{m-1}}$ が $2m - 1$ 個含まれるような数列を考える。

$$1 \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right| \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \left| \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8} \right| \frac{1}{16}, \dots$$

この数列の第 n 項を a_n とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) 第 m 群の最初の数は、数列 $\{a_n\}$ の第何項か。
- (2) a_{110} を求めよ。
- (3) 第1群から第 m 群までに含まれるすべての数の和を m で表せ。

1

- (1) (a) 6個のさいころの目の出方は全部で 6^6 (通り)
このうち、6個すべてが同じ目となるのは6 (通り)

よって、求める確率は $\frac{6}{6^6} = \frac{1}{7776}$ …… (答)

- (b) 2種類の目の組合せは ${}_6C_2$ (通り) あり、各組合せにおいて
例えば、(1, 2) の目の出方は、4個の1と2個の2または4個の2と2個の1の
並べ方より $\frac{6!}{4!2!} \times 2$ (通り) である。

他の組合せについても同様だから、題意を満たす目の出方の総数は

$${}_6C_2 \times \left(\frac{6!}{4!2!} \times 2 \right) = 450 \text{ (通り)}$$

よって、求める確率は $\frac{450}{6^6} = \frac{25}{2592}$ …… (答)

【(b)の別解】

- 2種類の目の組合せは ${}_6C_2 = 15$ (通り) あり、各組合せにおいて
例えば、(1, 2) の目の出方は、1が4回と2が2回または2が4回と1が2回の
2通りあるので、目の出方の総数は $15 \times 2 = 30$ (通り) である。各目の出方において

例えば、1が4回と2が2回出る確率は ${}_6C_4 \left(\frac{1}{6} \right)^4 \left(\frac{1}{6} \right)^2 = \frac{15}{6^6}$ であるから

求める確率は $\frac{15}{6^6} \times 30 = \frac{25}{2592}$ …… (答)

- (2) (a) 2次方程式 $x^2 - 2(a^2 - 1)x + a^4 - 3a^2 + a + 7 = 0$ の判別式を D とすると、
 $D \geq 0$ であればよい。

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (a^2 - 1)^2 - (a^4 - 3a^2 + a + 7) \\ &= a^4 - 2a^2 + 1 - a^4 + 3a^2 - a - 7 \\ &= a^2 - a - 6 \\ &= (a + 2)(a - 3) \geq 0 \end{aligned}$$

よって、 x 軸と共有点をもつような a の値の範囲は $a \leq -2, 3 \leq a$ …… (答)

- (b) $y = x^2 - 2(a^2 - 1)x + a^4 - 3a^2 + a + 7$ を平方完成すると、

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(a^2 - 1)x + (a^2 - 1)^2 - (a^2 - 1)^2 + a^4 - 3a^2 + a + 7 \\ &= \{x - (a^2 - 1)\}^2 - (a^2 - 1)^2 + a^4 - 3a^2 + a + 7 \\ &= \{x - (a^2 - 1)\}^2 - (a^4 - 2a^2 + 1) + a^4 - 3a^2 + a + 7 \\ &= \{x - (a^2 - 1)\}^2 - a^2 + a + 6 \end{aligned}$$

したがって、放物線の頂点の座標は、 $(a^2 - 1, -a^2 + a + 6)$ である。

頂点が第1象限にあるとき、 $a^2 - 1 > 0$ かつ $-a^2 + a + 6 > 0$ となる。

この2つの不等式を解くと、 $(a + 1)(a - 1) > 0$ より $a < -1, 1 < a,$

$(a + 2)(a - 3) < 0$ より $-2 < a < 3$

よって、 a の値の範囲は $-2 < a < -1, 1 < a < 3$ …… (答)

- 2 (1) $a = 2$ のとき $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ であるから
 $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 2) = 6(x-1)(x-2)$
 $y = f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	...	1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	5	↘	4	↗

よって

$$\begin{cases} x = 1 \text{ のとき} & \text{極大値 } 5 \\ x = 2 \text{ のとき} & \text{極小値 } 4 \end{cases} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

- (2) $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$ であるから
 $f'(x) = 6x^2 - 6(a+1)x + 6a = 6\{x^2 - (a+1)x + a\} = 6(x-1)(x-a)$
 よって、極値をもたないのは $f'(x) = 0$ が重解のときで $a = 1$ …… (答)

【別解】

極値をもたないのは、2次方程式 $f'(x) = 0$ が異なる実数解をもたないときで、判別式を D とすると $D \leq 0$ が条件である。

$$D/4 = \{-3(a+1)\}^2 - 6 \cdot 6a = 9\{(a+1)^2 - 4a\} = 9(a-1)^2 \leq 0$$

よって、 $a = 1$ …… (答)

- (3) i) $0 < a < 1$ のとき、
 $y = f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	0	...	a	...	1
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	0	↗	$-a^3 + 3a^2$	↘	$3a - 1$

$3a - 1 \geq 0$ となるのは $a \geq \frac{1}{3}$ であることに注意すると

$$\begin{cases} 0 < a < \frac{1}{3} \text{ のとき} & \text{最大値 } -a^3 + 3a^2, \text{ 最小値 } 3a - 1 \\ \frac{1}{3} \leq a < 1 \text{ のとき} & \text{最大値 } -a^3 + 3a^2, \text{ 最小値 } 0 \end{cases}$$

- ii) $a \geq 1$ のとき、
 $y = f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	0	...	1	...	a
$f'(x)$		+	0	-	0
$f(x)$	0	↗	$3a - 1$	↘	$-a^3 + 3a^2$

したがって

最大値 $3a - 1$, 最小値 0

以上, i) と ii) により

$$\begin{cases} 0 < a < \frac{1}{3} \text{ のとき} & \text{最大値 } -a^3 + 3a^2, \text{ 最小値 } 3a - 1 \\ \frac{1}{3} \leq a < 1 \text{ のとき} & \text{最大値 } -a^3 + 3a^2, \text{ 最小値 } 0 \\ a \geq 1 \text{ のとき} & \text{最大値 } 3a - 1, \text{ 最小値 } 0 \end{cases}$$

3 (1) $AP : PB = (1 - t_0) : t_0$ より点 P の座標は $\left((1 - t_0)x, t_0 + \frac{1}{3}(1 - t_0) \right) = \left((1 - t_0)x, \frac{2}{3}t_0 + \frac{1}{3} \right)$

$$\overrightarrow{OP} = \left((1 - t_0)x, \frac{2}{3}t_0 + \frac{1}{3} \right), \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \left(x - 0, \frac{1}{3} - 1 \right) = \left(x, -\frac{2}{3} \right)$$

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \text{ より } (1 - t_0)x \cdot x + \left(\frac{2}{3}t_0 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) = 0$$

$$9x^2 - 9t_0x^2 - 4t_0 - 2 = 0$$

$$9x^2 - 2 = (9x^2 + 4)t_0$$

$$\therefore t_0 = \frac{9x^2 - 2}{9x^2 + 4} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(2) $(1 - t_0) : t_0 = 2 : 1$ より $2t_0 = 1 - t_0 \quad \therefore t_0 = \frac{1}{3}$

$$9x^2 - 9 \cdot \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3} - 2 = 0$$

$$x^2 = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

$$x > 0 \text{ より } x = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(3) $\triangle OAP$ の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1 - t_0)x = \frac{x}{2}(1 - t_0) = \frac{x}{2} \left(1 - \frac{9x^2 - 2}{9x^2 + 4} \right) = \frac{3x}{9x^2 + 4} = \frac{3}{9x + \frac{4}{x}}$$

ここで、分母について相加平均と相乗平均の大小関係を考えて

$$\frac{3}{9x + \frac{4}{x}} \leq \frac{3}{2\sqrt{9x \cdot \frac{4}{x}}} = \frac{3}{2\sqrt{36}} = \frac{1}{4}$$

$$S \text{ が最大となるのは } 9x = \frac{4}{x} \text{ のとき つまり } x^2 = \frac{4}{9}$$

$$x > 0 \text{ より } S \text{ が最大となるのは } x = \frac{2}{3} \text{ のとき } \quad \dots\dots (\text{答})$$

- 1 (1) (a) 4回目にちょうど3度目の白玉が出る時、最初の3回のうち2度白玉が出ていることになる。よって、求める確率は、

$${}_3C_2 \left(\frac{6}{10}\right)^2 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} = 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{162}{625} \quad \dots\dots (\text{答})$$

- (b) まずA君が3個取り出し、次に残りの7個からB君が3個取り出すとき、そのすべての場合の数は、

$${}_{10}C_3 \cdot {}_7C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 4200 \quad (\text{通り})$$

- (i) A君が赤玉3個を取り出す場合、B君は赤玉0個・白玉3個または赤玉1個・白玉2個となる。その場合の数は、

$${}_4C_3 ({}_6C_3 + {}_1C_1 \cdot {}_6C_2) = 4(20 + 15) = 140 \quad (\text{通り})$$

- (ii) A君が赤玉2個・白玉1個を取り出す場合、B君は赤玉0個・白玉3個または赤玉1個・白玉2個となる。その場合の数は、

$${}_4C_2 \cdot {}_6C_1 ({}_5C_3 + {}_2C_1 \cdot {}_5C_2) = 6 \cdot 6(10 + 20) = 1080 \quad (\text{通り})$$

- (iii) A君が赤玉1個・白玉2個を取り出す場合、B君は赤玉0個・白玉3個となる。その場合の数は、

$${}_4C_1 \cdot {}_6C_2 \cdot {}_4C_3 = 4 \cdot 15 \cdot 4 = 240 \quad (\text{通り})$$

以上により、求める確率は、 $\frac{140 + 1080 + 240}{4200} = \frac{1460}{4200} = \frac{73}{210} \quad \dots\dots (\text{答})$

- (2) (a) $2\cos^2\theta - 1 + 2\cos\theta - a = 0$

今 $a = \frac{1}{2}$ より $2\cos^2\theta + 2\cos\theta - \frac{3}{2} = 0$

$\cos\theta = t$ とおくと $2t^2 + 2t - \frac{3}{2} = 0$

$$4t^2 + 4t - 3 = 0$$

因数分解して $(2t+3)(2t-1) = 0$ となるから $t = -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

ここで $\cos\theta = t (0 \leq \theta < 2\pi)$ より $-1 \leq t \leq 1$ となるから $t = \frac{1}{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$ となる $0 \leq \theta < 2\pi$ における θ は $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \quad \dots\dots (\text{答})$

- (b) $2\cos^2\theta + 2\cos\theta - 1 - a = 0$

$\cos\theta = t$ とおくと $2t^2 + 2t - 1 - a = 0 (-1 \leq t \leq 1)$

この2次方程式が異なる実数解をもち、解 t の値がともに $-1 \leq t \leq 1$ となればよい

異なる実数解をもつので、判別式を D とすると $\frac{D}{4} = 1 - 2(-1 - a) > 0 \quad \therefore a > -\frac{3}{2}$

この2次方程式の左辺を $f(t)$ とおくと、放物線 $y = f(t)$ は下に凸である

$$f(t) = 2\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - a$$

この放物線の頂点の x 座標は $-\frac{1}{2}$ であるから、 $f(-1) < f(1)$

解 t の値がともに $-1 \leq t \leq 1$ となるためには、 $f(-1) > 0$ となればよい

$$f(-1) = 2(-1)^2 + 2(-1) - 1 - a > 0 \quad \therefore a < -1$$

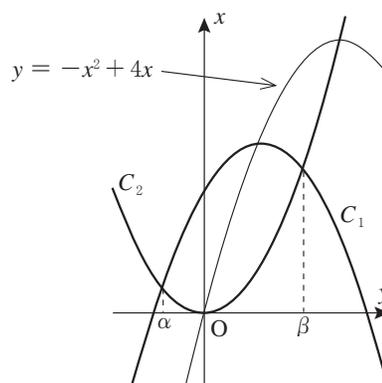
よって、 a の値の範囲は $-\frac{3}{2} < a < -1 \quad \dots\dots (\text{答})$

2 (1) 放物線 C_1 は $y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} + b$

なので頂点の座標は $\left(\frac{a}{2}, \frac{a^2}{4} + b\right)$

これが $y = -x^2 + 4x$ 上にあるので $\frac{a^2}{4} + b = -\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 4 \cdot \frac{a}{2}$

よって $b = -\frac{a^2}{2} + 2a$ …… (答)



(2) (1)より放物線 C_1 は $y = -x^2 + ax - \frac{a^2}{2} + 2a$ と表せる。

C_1 と C_2 より $x^2 = -x^2 + ax - \frac{a^2}{2} + 2a$

すなわち $2x^2 - ax + \frac{a^2}{2} - 2a = 0$ ……①

ここで C_1 と C_2 は相異なる2点で交わるので、①の判別式を D とすると

$$D = (-a)^2 - 4 \cdot 2 \cdot \left(\frac{a^2}{2} - 2a\right) = -3a^2 + 16a = -3a\left(a - \frac{16}{3}\right) > 0$$

よって $0 < a < \frac{16}{3}$ …… (答)

(3) C_1 と C_2 の2つの交点の x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とおくと

$$\alpha, \beta \text{ は①の解なので } \alpha = \frac{a - \sqrt{-3a^2 + 16a}}{4}, \beta = \frac{a + \sqrt{-3a^2 + 16a}}{4}$$

C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ \left(-x^2 + ax - \frac{a^2}{2} + 2a\right) - x^2 \right\} dx = \int_{\alpha}^{\beta} \left(-2x^2 + ax - \frac{a^2}{2} + 2a\right) dx \\ &= -2 \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -2 \times \left\{ -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \right\} = \frac{1}{3} \left(\frac{a + \sqrt{-3a^2 + 16a}}{4} - \frac{a - \sqrt{-3a^2 + 16a}}{4} \right)^3 \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{-3a^2 + 16a}}{2} \right)^3 = \frac{1}{24} \left(\sqrt{-3\left(a - \frac{8}{3}\right)^2 + \frac{64}{3}} \right)^3 \end{aligned}$$

ここで $0 < a < \frac{16}{3}$ なので

$$S \text{ は } a = \frac{8}{3} \text{ で最大になり, そのときの面積は } \frac{1}{24} \left(\sqrt{\frac{64}{3}} \right)^3 = \frac{64}{27} \sqrt{3} \quad \dots\dots \text{ (答)}$$

- 3 (1) 第 k 群には $2k-1$ 個の項が含まれているので、第 1 群から第 $m-1$ 群までには

$$\sum_{k=1}^{m-1} (2k-1) = 2 \cdot \frac{1}{2} m(m-1) - (m-1) = m^2 - 2m + 1$$

より、 $m^2 - 2m + 1$ 個の項がある。したがって、第 m 群の最初の数は数列 $\{a_n\}$ 全体の第 $m^2 - 2m + 2$ 項となる。…… (答)

- (2) (1)の結果より、 a_{110} が第 m 群に含まれていれば

$$m^2 - 2m + 2 \leq 110 < (m+1)^2 - 2(m+1) + 2$$

を満たしていなければならない。ここで、上の不等式を

$$m^2 - 2m + 2 \leq 110 \quad \text{かつ} \quad 110 < (m+1)^2 - 2(m+1) + 2$$

のように分けて、それぞれ整理すると

$$m(m-2) \leq 108 \quad \text{かつ} \quad m^2 > 109$$

整数 m でこれを満たすのは $m = 11$ のみだから、 a_{110} は第 11 群に含まれる項である。

ゆえに、

$$a_{110} = \frac{1}{2^{11-1}} = \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024} \quad \text{…… (答)}$$

- (3) 第 m 群に含まれる項の和が $\frac{2m-1}{2^{m-1}}$ なので、第 1 群から第 m 群までの項の和を S_m とすると、

$$\begin{aligned} S_m &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \cdots + \frac{2m-1}{2^{m-1}} \\ - \frac{1}{2} S_m &= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \cdots + \frac{2m-3}{2^{m-1}} + \frac{2m-1}{2^m} \\ \hline \frac{1}{2} S_m &= 1 + \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \cdots + \frac{2}{2^{m-1}} \right) - \frac{2m-1}{2^m} \\ &= 1 + \frac{1 - \frac{1}{2^{m-1}}}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{2m-1}{2^m} = 1 + 2 \left(1 - \frac{1}{2^{m-1}} \right) - \frac{2m-1}{2^m} \\ &= 3 - \frac{4}{2^m} - \frac{2m-1}{2^m} = 3 - \frac{2m+3}{2^m} \\ \therefore S_m &= 6 - \frac{2m+3}{2^{m-1}} \quad \text{…… (答)} \quad \left[6 - \frac{4m+6}{2^m} \text{ 等も可} \right] \end{aligned}$$