

受験番号		氏名	
------	--	----	--

令和7年度 崇城大学 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学

(1/2)

総点

I 次の各問に答えよ。

(1) 2次関数 $y = 4x^2 + 2(a-2)x + 3a + 1$ のグラフが x 軸に接するように、定数 a の値を定めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。

(2) θ は $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{2}{3}$ のとき、 $\tan \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\cos 2\theta$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) 2つの円 $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ 、 $x^2 + y^2 - 12x - 26y - k = 0$ が外接するとき、定数 k の値を定めよ。

点		
---	--	--

令和7年度 崇城大学 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学

(2/2)

2 二次関数 $f(x)$ が $x = -2$ で最大値をとり、 $f(1) = -35$, $f'(1) = -24$ を満たすとき、次の各問に答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と3直線 $y = x + 4$, $x = -3$, $x = -1$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

3 袋の中に大きさが等しい赤玉2個, 青玉3個, 白玉4個が入っている。次の各問に答えよ。

(1) 袋からすべての玉を取り出して1列に並べるとき, 赤玉が連続して並ぶ確率を求めよ。

(2) 袋から4個の玉を取り出すとき, この中に赤, 青, 白すべての色の玉が含まれている確率を求めよ。

令和7年度 崇城大学 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学

(1/2)

総点

I 次の各問に答えよ。

(1) 方程式 $x^2 + 5x + 5 = 0$ の解のうち小さい方を α とするとき、 α^4 の値を求めよ。(2) $\triangle ABC$ において、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $AB + BC = 1$ とする。このとき、辺 BC を $1:3$ に内分する点を P とすると、線分 AP の長さが最小となるような BC の長さを求めよ。(3) 方程式 $\log_2(x - 1) = \log_4\left(\frac{3 - x}{4}\right) + 1$ を解け。

令和7年度 崇城大学 一般選抜入学試験問題(前期日程)

数 学

(2/2)

2 a, b を定数とする。関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ について、次の各問に答えよ。

- (1) $a = 0$ のとき、曲線 $y = f(x)$ が直線 $y = 6x$ と接するような b の値を求めよ。
- (2) $a > 0$ のとき、方程式 $f(x) = 0$ が異なる3つの実数解をもつような b の値の範囲を a で表せ。

3 第6項が11、初項から第6項までの和が36である等差数列 $\{a_n\}$ がある。次の各問に答えよ。

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) $b_1 = -1, b_{n+1} = (n+1)a_n + b_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定まる数列 $\{b_n\}$ について、一般項 b_n を求めよ。

1 (1) $y = 4\left\{\left(x + \frac{a-2}{4}\right)^2 - \frac{(a-2)^2}{16}\right\} + 3a + 1 = 4\left(x + \frac{a-2}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}a^2 + 4a$

頂点の y 座標が 0 であればよいので $-\frac{1}{4}a^2 + 4a = 0$

$$-a(a-16) = 0$$

$$\therefore a = 0, 16$$

頂点の x 座標は $-\frac{a-2}{4}$ であるから

$$a = 0 \text{ のとき, 接点の座標 } \left(\frac{1}{2}, 0\right), a = 16 \text{ のとき, 接点の座標 } \left(-\frac{7}{2}, 0\right) \quad \dots\dots \text{ (答)}$$

(2) 2倍角の公式より $\tan \theta = \frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{12}{5} \quad \dots\dots \text{ (答)}$

また, 三角関数の相互関係より $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ なので

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{169}{25}} = \left(\frac{5}{13}\right)^2$$

ここで, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ において $\tan \theta > 0$ なので $0^\circ < \theta < 90^\circ$

$$\text{よって } \cos \theta > 0 \text{ ゆえに } \cos \theta = \frac{5}{13} \quad \dots\dots \text{ (答)}$$

次に, 2倍角の公式より $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 2 \cdot \left(\frac{5}{13}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{169} \quad \dots\dots \text{ (答)}$

(3) 2つの円の方程式はそれぞれ

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$$

$$\iff (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) = 7 + 1 + 1$$

$$\iff (x-1)^2 + (y-1)^2 = 3^2$$

および

$$x^2 + y^2 - 12x - 26y - k = 0$$

$$\iff (x^2 - 12x + 36) + (y^2 - 26y + 169) = k + 36 + 169$$

$$\iff (x-6)^2 + (y-13)^2 = k + 205$$

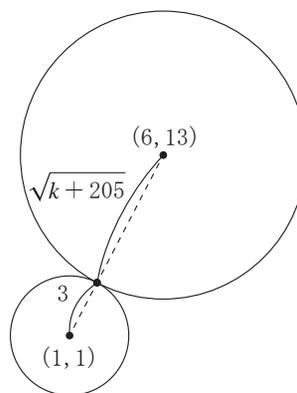
と変形できるので, これらは「点 (1, 1) を中心とする半径 3 の円」と「点 (6, 13) を中心とする半径 $\sqrt{k+205}$ の円」を表す。

この2つの円が互いに外接するのは半径の和が中心間の距離に等しいときだから,

$$3 + \sqrt{k+205} = \sqrt{(6-1)^2 + (13-1)^2} = 13$$

$$\therefore \sqrt{k+205} = 10$$

$$\therefore k = -105 \quad \dots\dots \text{ (答)}$$



2

- (1) $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおく。 $f'(x) = 2ax + b$
 $x = -2$ で最大値をとるので $f'(-2) = 0$ となる。

$$f'(-2) = 0, f'(1) = -24, f(1) = -35 \text{ より}$$

$$-4a + b = 0$$

$$2a + b = -24$$

$$a + b + c = -35$$

この連立方程式を解いて、 $a = -4, b = -16, c = -15$

よって、 $f(x) = -4x^2 - 16x - 15$ …… (答)

- (2) $f(x)$ の最大値が $f(-2) = 1$ であり、
 $y = x + 4$ の $-3 \leq x \leq -1$ における最小値が 1 であるから、
 $-3 \leq x \leq -1$ において $f(x) \leq x + 4$

よって、求める面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{-1} \{(x+4) - (-4x^2 - 16x - 15)\} dx \\ &= \left[\frac{4}{3}x^3 + \frac{17}{2}x^2 + 19x \right]_{-3}^{-1} \\ &= \frac{14}{3} \quad \dots\dots \text{(答)} \end{aligned}$$

3

- (1) 9 個の玉を並べる並べ方は $9!$ 通りである。

そのうち赤玉が連続して並ぶときの並べ方は、まず赤玉を一つとして考えて 8 個の並べ方は $8!$ 通り、次に赤玉 2 個の並べ方は 2 通りであるから、合わせて $2 \cdot 8!$ 通りである。よって、求める確率は

$$\frac{2 \cdot 8!}{9!} = \frac{2}{9} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

- (2) 袋から 4 個を取り出す場合の数は

$${}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

取り出し方で場合わけをすると、赤 2 個、青 1 個、白 1 個である場合の数は

$${}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 = 1 \cdot 3 \cdot 4 = 12$$

赤 1 個、青 2 個、白 1 個である場合の数は

$${}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_4C_1 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

赤 1 個、青 1 個、白 2 個である場合の数は

$${}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 2 \cdot 3 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 36$$

したがって、赤、青、白すべての色の玉が含まれている確率は

$$\frac{12 + 24 + 36}{126} = \frac{72}{126} = \frac{4}{7} \quad \dots\dots \text{(答)}$$

1

- (1) 解の公式を用いて、2次方程式 $x^2 + 5x + 5 = 0$ を解くと、

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

したがって、 $\alpha = \frac{-5 - \sqrt{5}}{2} = \frac{-\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)}{2}$ であるので、

$$\alpha^4 = \frac{25(\sqrt{5} + 1)^4}{16} = \frac{25(25 + 4 \cdot 5\sqrt{5} + 6 \cdot 5 + 4 \cdot \sqrt{5} + 1)}{16} = \frac{25(56 + 24\sqrt{5})}{16} = \frac{25(7 + 3\sqrt{5})}{2}$$

よって、 $\alpha^4 = \frac{175 + 75\sqrt{5}}{2}$ …… (答)

- (2) $BC = x$ とおくと、 $AB = 1 - x$ 、 $BP = \frac{x}{4}$

余弦定理より

$$\begin{aligned} AP^2 &= (1 - x)^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2 - 2 \cdot (1 - x) \cdot \frac{x}{4} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{21x^2 - 36x + 16}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} 21x^2 - 36x + 16 &= 21\left(x^2 - \frac{12}{7}x\right) + 16 \\ &= 21\left(x - \frac{6}{7}\right)^2 + \frac{4}{7} \end{aligned}$$

よって、 $x = \frac{6}{7}$ のとき、AP の長さは最小となる。 …… (答)

- (3) 与式の真数条件より $x - 1 > 0$ 、 $\frac{3 - x}{4} > 0$

$$\therefore 1 < x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

与式の右辺は

$$\log_4(3 - x) - \log_4 4 + 1 = \log_4(3 - x) = \frac{\log_2(3 - x)}{\log_2 4} = \frac{\log_2(3 - x)}{2}$$

であるから、与式は

$$\log_2(x - 1)^2 = \log_2(3 - x)$$

$$(x - 1)^2 = 3 - x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

真数条件①より

$$\therefore x = 2 \quad \dots\dots \text{(答)}$$

2

- (1) $a = 0$ のとき, $f(x) = x^3 + b$ なので $f'(x) = 3x^2$
 よって $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式は
 $y = 3t^2(x-t) + t^3 + b$ より $y = 3t^2x - 2t^3 + b$
 これが 直線 $y = 6x$ と一致するので $\begin{cases} 3t^2 = 6 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ -2t^3 + b = 0 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$
 $\textcircled{1}$ より $t = \pm\sqrt{2}$ ゆえに $\textcircled{2}$ より $b = \pm 4\sqrt{2}$ $\cdots\cdots$ (答)

- (2) $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ より $f'(x) = 3x^2 + 2ax = x(3x + 2a)$
 $f'(x) = 0$ とすると $x = 0, -\frac{2a}{3}$
 よって, $a > 0$ のとき $f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	\cdots	$-\frac{2a}{3}$	\cdots	0	\cdots
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	\nearrow	$\frac{4}{27}a^3 + b$	\searrow	b	\nearrow
		極大		極小	

$f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつためには $\frac{4}{27}a^3 + b > 0$ かつ $b < 0$ であればいい。
 ゆえに $-\frac{4}{27}a^3 < b < 0$ $\cdots\cdots$ (答)

3

- (1) 等差数列 $\{a_n\}$ の初項を a , 公差を d とおくと, 一般項は
 $a_n = a + (n-1)d$
 であり, また初項から第 n 項までの和を S_n とすると
 $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

と表される。今,

$$a_6 = 11 \text{ より } a + 5d = 11 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$S_6 = 36 \text{ より } \frac{6}{2} \cdot (2a + 5d) = 36 \quad \therefore 2a + 5d = 12 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

ここで $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を a, d についての連立方程式として解けば,

$$a = 1, d = 2 \quad \therefore a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1 \quad \cdots\cdots \text{(答)}$$

- (2) 漸化式 $b_{n+1} = (n+1)a_n + b_n$ に(1)の結果を代入すれば,
 $b_{n+1} = (n+1)(2n-1) + b_n = b_n + (2n^2 + n - 1)$
 したがって, $n \geq 2$ のときは

$$\begin{aligned} b_n &= b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k^2 + k - 1) \\ &= (-1) + 2 \cdot \frac{1}{6} n(n-1)(2n-1) + \frac{1}{2} n(n-1) - (n-1) \\ &= -1 + \frac{1}{3} (2n^3 - 3n^2 + n) + \frac{1}{2} (n^2 - n) - n + 1 \\ &= \frac{2}{3} n^3 - \frac{1}{2} n^2 - \frac{7}{6} n \end{aligned}$$

これは $n = 1$ のときも

$$b_1 = \frac{2}{3} \cdot 1^3 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{7}{6} \cdot 1 = \frac{4-3-7}{6} = -1$$

となり成立するので,

$$b_n = \frac{2}{3} n^3 - \frac{1}{2} n^2 - \frac{7}{6} n \quad \cdots\cdots \text{(答)}$$

$$\left[\frac{1}{6} (4n^3 - 3n^2 - 7n) \text{ や } \frac{n}{6} (n+1)(4n-7) \text{ 等も可} \right]$$