

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

総点	
----	--

令和 8 年度

一般選抜（後期日程）入学試験問題

数 学

注意事項

- 1. 試験開始の合図があるまで、問題・解答用紙を開いてはいけません。
- 2. この表紙を除いて、問題・解答用紙は 2 ページあります。
- 3. 問題・解答用紙の印刷不鮮明、ページの不足や汚れに気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4. 受験番号と氏名を所定の全ての欄に記入してください。
- 5. 解答は、問題・解答用紙の指定された解答欄に記入してください。指定された解答欄以外に記入したものは採点しません。
- 6. 表紙および問題・解答用紙の余白や裏面は、適宜下書きや計算などに用いて構いません。
- 7. 配付した用紙は全て、試験終了後回収します。



受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

令和 8 年度 一般選抜（後期日程）入学試験問題

数 学 (1 / 2)

1 次の各問に答えよ。

(1) 2つの放物線 $y = 3x^2 - 18x + 23$ と $y = ax^2 + 2x + b$ の頂点が一致するように定数 a, b の値を定めよ。

(2) $90^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。 $\sin \theta - \frac{1}{3} \cos \theta = 1$ のとき、 $\sin \theta, \cos \theta, \cos 2\theta$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) 座標平面上の点 $(2, 2)$ と直線 $2x + y + k = 0$ の距離が k となるような定数 k の値を定めよ。

点		
---	--	--



令和 8 年度 一般選抜（後期日程）入学試験問題

数 学 (2 / 2)

2 k を定数とする。3 次関数 $f(x) = x^3 + 3kx^2 - 8kx + 8k^2$ について、 $x = 1$ における接線が x 軸に平行であるとき、次の各問に答えよ。

- (1) k の値を求めよ。
(2) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

3 数列 $\{a_n\}$ において、 $b_n = \frac{1}{a_n}$ とすると、数列 $\{b_n\}$ は等差数列になる。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) $a_2 = 8, a_7 = 3$ のとき、一般項 a_n を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ において、値が整数となる項をすべて挙げ、その値をそれぞれ求めよ。
(2) (1) のとき、 $\sum_{k=1}^{22} a_k a_{k+1}$ を求めよ。



1

(1) $y = 3x^2 - 18x + 23 = 3(x^2 - 6x) + 23 = 3(x - 3)^2 - 4$

この放物線の頂点の座標は $(3, -4)$

$$y = ax^2 + 2x + b = a\left(x^2 + \frac{2}{a}x\right) + b = a\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{1}{a} + b$$

この放物線の頂点の座標は $\left(-\frac{1}{a}, -\frac{1}{a} + b\right)$

2つの放物線の頂点が一致するので

$$\begin{cases} -\frac{1}{a} = 3 & \cdots \cdots \text{①} \\ -\frac{1}{a} + b = -4 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

①より $a = -\frac{1}{3}$

②に代入して $b = -7$

よって $a = -\frac{1}{3}, b = -7 \quad \cdots \cdots (\text{答})$

(2) 与式より, $\sin \theta = 1 + \frac{1}{3} \cos \theta$ である。 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ より

$$\left(1 + \frac{1}{3} \cos \theta\right)^2 + \cos^2 \theta = 1 \implies 1 + \frac{2}{3} \cos \theta + \frac{1}{9} \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\implies \frac{2}{3} \cos \theta + \frac{10}{9} \cos^2 \theta = 0$$

$$\implies 3 \cos \theta + 5 \cos^2 \theta = 0$$

$$\implies (3 + 5 \cos \theta) \cos \theta = 0$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ なので $\cos \theta = -\frac{3}{5} \quad \cdots \cdots (\text{答})$

よって $\sin \theta = 1 + \frac{1}{3} \cos \theta = 1 + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{4}{5} \quad \cdots \cdots (\text{答})$

また, 2倍角の公式より $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 1 = -\frac{7}{5} \quad \cdots \cdots (\text{答})$

(3) 点と直線の距離の公式から, 与えられた条件は

$$\frac{|2 \cdot 2 + 2 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = k \iff |6 + k| = \sqrt{5} k$$

と書ける。ここで, $k > 0$ なので, $6 + k > 0$ となる。よって, $6 + k = \sqrt{5} k$ を解けばよい。

$$6 + k = \sqrt{5} k \text{ を } k \text{ について整理すると } k = \frac{6}{\sqrt{5} - 1} = \frac{3(\sqrt{5} + 1)}{2} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

2

- (1) $f(x)$ の導関数は $f'(x) = 3x^2 + 6kx - 8k$
 $x = 1$ における接線が x 軸と平行であるとき、微分係数 $f'(1)$ は 0 なので

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 6k \cdot 1 - 8k = 3 - 2k = 0$$

$$\text{よって } k = \frac{3}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

- (2) (1)より、 $k = \frac{3}{2}$ なので

$$f'(x) = 3x^2 + 6kx - 8k = 3x^2 + 9x - 12 = 3(x^2 + 3x - 4) = 3(x+4)(x-1)$$

$f'(x) = 0$ とすると、 $x = -4, 1$ なので、 $f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	...	-4	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

$$f(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 12x + 18 \text{ なので}$$

$$f(-4) = (-4)^3 + \frac{9}{2} \cdot (-4)^2 - 12 \cdot (-4) + 18 = 74$$

$$f(1) = 1^3 + \frac{9}{2} \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 18 = \frac{23}{2}$$

$$\text{よって極大値は } 74, \text{ 極小値は } \frac{23}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

3

- (1) 数列 $\{b_n\}$ は等差数列であるから
 公差を d とすると一般項 b_n は $b_n = b_1 + (n-1)d$ とかける。

$$a_2 = 8, a_7 = 3 \text{ より } b_2 = \frac{1}{8}, b_7 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} b_1 + d = \frac{1}{8} & \dots\dots ① \\ b_1 + 6d = \frac{1}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$② - ① \text{ より } 5d = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} = \frac{5}{24}, \quad d = \frac{1}{24}$$

$$① \text{ に代入して } b_1 + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}, \quad b_1 = \frac{1}{12}$$

$$b_n = \frac{1}{12} + (n-1) \cdot \frac{1}{24} = \frac{n+1}{24} \text{ となるから } a_n = \frac{24}{n+1} \quad \dots\dots (\text{答})$$

a_n が整数の値をとるためには、自然数 n に対して $n+1$ が 24 の約数となればよい。

$$24 = 2^3 \cdot 3 \text{ より、24 の約数は } 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$$

ここで n が自然数であることに注意すると

$$a_1 = 12, a_2 = 8, a_3 = 6, a_5 = 4, a_7 = 3, a_{11} = 2, a_{23} = 1 \quad \dots\dots (\text{答})$$

- (2) $a_k = \frac{24}{k+1}, a_{k+1} = \frac{24}{k+2}, a_k a_{k+1} = \frac{24^2}{(k+1)(k+2)} = 24^2 \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right)$

初項から第 n 項までの和を考えると

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k a_{k+1} &= 24^2 \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= 24^2 \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots\dots + \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \right\} \\ &= 24^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{24^2 \cdot (n+2-2)}{2(n+2)} = \frac{12 \cdot 24 \cdot n}{n+2} \end{aligned}$$

$$n = 22 \text{ のとき } \sum_{k=1}^{22} a_k a_{k+1} = \frac{12 \cdot 24 \cdot 22}{22+2} = \frac{12 \cdot 22}{1} = 264 \quad \dots\dots (\text{答})$$