

令和 8 年度

一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題・解答用紙を開いてはいけません。
2. この表紙を除いて、問題・解答用紙は 2 ページあります。
3. 問題・解答用紙の印刷不鮮明、ページの不足や汚れに気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 受験番号と氏名を所定の全ての欄に記入してください。
5. 解答は、問題・解答用紙の指定された解答欄に記入してください。指定された解答欄以外に記入したものは採点しません。
6. 表紙および問題・解答用紙の余白や裏面は、適宜下書きや計算などに用いて構いません。
7. 配付した用紙は全て、試験終了後回収します。



令和 8 年度 一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

(1 / 2)

① 次の各問に答えよ。

(1) 2 次関数 $y = x^2 - 4x + a$ (a は定数) のグラフが x 軸から切り取る線分の長さが $\sqrt{10}$ のとき, a の値を求めよ。

(2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 方程式 $2 \sin^2 \theta + \cos \theta - 1 = 0$ を解け。

(3) 座標平面上の 3 点 $A(4, 2)$, $B(7, 6)$, $C(1, t)$ について, $\triangle ABC$ が二等辺三角形になるとき, 定数 t の値を求めよ。ただし, $t > 0$ とする。

令和 8 年度 一般公募制推薦選抜入学試験問題

数 学

(2 / 2)

② 関数 $f(x) = 3x^2 + px + q$ (p, q は定数) とする。次の各問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の最小値を p, q を用いて表せ。
- (2) $f(x)$ は区間 $-1 \leq x \leq 1$ において、 $x = -1$ のみにおいて最大値 9 をとり、この区間でとる最小値は $\frac{2}{3}$ であるとする。このとき、 p, q の値を定めよ。

③ 関数 $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ (a, b は定数) が $x = -3$ と $x = 1$ で極値をとるとき、次の各問に答えよ。

- (1) a, b の値を求めよ。また、この関数の極値を求めよ。
- (2) $-3 \leq x \leq 3$ のとき、 $y = f(x)$ のグラフの接線の傾きが -15 となるような、接点の x 座標と接線の方程式を求めよ。

1

- (1) 与えられた 2 次関数のグラフと x 軸の交点の x 座標を求める 2 次方程式は $x^2 - 4x + a = 0$

$$\text{解の公式より } x = -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \cdot a} = 2 \pm \sqrt{4 - a}$$

このグラフが x 軸から切り取る線分の長さは $\sqrt{10}$ であるから

$$2 + \sqrt{4 - a} - (2 - \sqrt{4 - a}) = \sqrt{10}$$

$$2\sqrt{4 - a} = \sqrt{10}$$

$$4 - a \geq 0 \text{ に注意して両辺を 2 乗すると } 4(4 - a) = 10$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

- (2) $2(1 - \cos^2 \theta) + \cos \theta - 1 = 0$

$$-2 \cos^2 \theta + \cos \theta + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 \theta - \cos \theta - 1 = 0$$

$$(2 \cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) = 0$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{2}, 1$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ より, } \theta = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$

- (3) $\triangle ABC$ の 3 辺のうち 2 辺が等しいという条件で場合分けをする。

(ア) $AB = AC$ のとき

三角形の辺の長さは正であるので、両辺 2 乗して、 $AB^2 = AC^2$

$$(\text{左辺}) = (7 - 4)^2 + (6 - 2)^2 = 25$$

$$(\text{右辺}) = (1 - 4)^2 + (t - 2)^2 = t^2 - 4t + 13$$

よって、 $25 = t^2 - 4t + 13 \iff t^2 - 4t - 12 = 0$ を解けばよい。

$$t^2 - 4t - 12 = (t - 6)(t + 2) \text{ より, } t = 6, -2$$

問題文の条件 $t > 0$ より $t = 6$

(イ) $AB = BC$ のとき

(ア) と同様に、 $AB^2 = 25$, $BC^2 = (1 - 7)^2 + (t + 6)^2 = t^2 - 12t + 72$ より、

$$BC^2 = AB^2 \iff t^2 - 12t + 72 = 25 \iff t^2 - 12t + 47 = 0$$

$$t^2 - 12t + 47 = (t - 6)^2 + 11 > 0 \text{ となるので, このとき解なし}$$

(ウ) $AC = BC$ のとき

(ア), (イ) で計算したように、 $AC^2 = t^2 - 4t + 13$, $BC^2 = t^2 - 12t + 72$

$$\text{よって, } AC^2 = BC^2 \iff t^2 - 4t + 13 = t^2 - 12t + 72 \iff 8t = 59 \iff t = \frac{59}{8}$$

これは問題文の条件 $t > 0$ も満たすので、 $t = \frac{59}{8}$

$$(\text{ア}), (\text{イ}), (\text{ウ}) \text{ より } t = 6, \frac{59}{8} \quad \dots\dots (\text{答})$$

2

- (1) 平方完成すると

$$f(x) = 3\left\{x^2 + 2 \cdot \frac{p}{6}x + \left(\frac{p}{6}\right)^2 - \left(\frac{p}{6}\right)^2\right\} + q = 3\left(x + \frac{p}{6}\right)^2 - \frac{p^2}{12} + q$$

となるので、 $f(x)$ の最小値は $-\frac{p^2}{12} + q$ …… (答)

- (2) まず $f(-1) = 9$ より、

$$3 \cdot (-1)^2 + p \cdot (-1) + q = 9 \quad \therefore p - q = -6 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また、最大値を $x = -1$ のみにおいてとることから

$$0 \leq -\frac{p}{6} \leq 1 \quad \text{かつ} \quad f\left(-\frac{p}{6}\right) = -\frac{p^2}{12} + q = \frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

または

$$-\frac{p}{6} \geq 1 \quad \text{かつ} \quad f(1) = 3 + p + q = \frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

のいずれかとなる。

①、②を満たす p, q を求めると

$$(p, q) = (-4, 2), (16, 2)$$

となり、このうち $0 \leq -\frac{p}{6} \leq 1$ を満たすのは $(p, q) = (-4, 2)$ である。

一方で①、③を満たす p, q を求めると

$$(p, q) = \left(-\frac{25}{6}, \frac{11}{6}\right)$$

であり、これは $-\frac{p}{6} \geq 1$ を満たさない。

以上から、求める p, q の値は $p = -4, q = 2$ …… (答)

3

- (1) $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ より $f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$

$x = -3$ と $x = 1$ で極値をとるので $f'(-3) = 0, f'(1) = 0$ より

$$-27 - 6a + b = 0, \quad -3 + 2a + b = 0$$

これを連立して解くと $a = -3, b = 9$

このとき $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x$ より $f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 = -3(x+3)(x-1)$

$f(x)$ の増減表は次のようになる。

x	…	-3	…	1	…
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	-27	$\nearrow$	5	$\searrow$

よって、 $a = -3, b = 9$ であり …… (答)

極大値 5, 極小値 -27 …… (答)

- (2) 接点の x 座標を t とおくと、 $x = t$ における接線の傾きは $-3t^2 - 6t + 9$ である。

よって $-3t^2 - 6t + 9 = -15$ より $t^2 + 2t - 8 = 0$ これを解くと $t = -4, 2$

ここで $-3 \leq t \leq 3$ なので $t = 2$ ゆえに 接点の x 座標は 2 である。 …… (答)

これより 接点の座標は $(2, -2)$ なので

接線の方程式は $y - (-2) = -15(x - 2)$ より $y = -15x + 28$ …… (答)